

*Общие вопросы логики и философии науки*

УДК: 1:51 + 167.7

DOI: 10.15372/PS20250301

EDN: AIDSNY

В.Д. Ершов**В ЗАЩИТУ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПЛАТОНИЗМА:
АРГУМЕНТ ОТ ОБЪЯСНИТЕЛЬНОЙ
НЕУСТРАНИМОСТИ МАТЕМАТИКИ**

В статье рассматривается один из современных аргументов в пользу математического платонизма – аргумент от объяснительной неустрашимости математики. Рассматриваются философские предпосылки, необходимые для формулировки этого аргумента: философские взгляды позднего У.В.О. Куайна и зрелого Х. Патнэма, «Наука без чисел» Х. Филда и «новый фикционализм» М. Балагера, причём особое внимание уделено анализу его же концепции «номиналистического реализма». На примерах из теоретической физики, химии и биологии показано, что «номиналистический реализм» не только не соответствует взглядам учёных (физиков-теоретиков и химиков), но и сталкивается с целым рядом философских проблем.

Ключевые слова: аргумент от объяснительной неустрашимости математики; новый фикционализм; номиналистический реализм; математический платонизм; математический фикционализм; математический структурализм

V.D. Ershov**THE EXPLANATORY INDISPENSAGBILITY ARGUMENT:
A DEFENCE OF MATHEMATICAL PLATONISM**

The article examines one of the modern arguments in favor of mathematical platonism – the explanatory indispensability argument. The philosophical prere-

quisites for the formulation of this argument are considered, namely: the philosophical views of the late W.V.O. Quine and the mature H. Putnam, H. Field's "Science without Numbers" and M. Balaguer's "New Fictionalism", with special attention paid to the analysis of the concept of "nominalist realism" of the latter. That "nominalist realism" not only does not correspond to the views of theoretical physicists and chemists, but also faces a number of philosophical problems, is shown by using examples from theoretical physics, chemistry, and biology.

Keywords: the argument from the explanatory irreducibility of mathematics; new fictionalism; nominalist realism; mathematical platonism; mathematical fictionalism; mathematical structuralism

Введение

Из современных философских работ, посвящённых философии математики, немалую часть составляют работы, посвящённые онтологии математических объектов. Несмотря на всё многообразие различных версий математического реализма/антиреализма, особо можно выделить две из них: математический платонизм – метафизическую точку зрения, согласно которой абстрактные математические объекты существуют, и притом независимо от человеческого сознания, языка и пр., и математический фикционализм, согласно которому математические теории не являются истинными¹, поскольку подразумевают несуществующие в действительности математические объекты.

Важнейшим *современным* аргументом в пользу математического платонизма является аргумент о неустранимости математики Куайна – Патнэма, сформулированный М. Коливаном [6, р. 11]:

(П1) Мы должны иметь онтологические обязательства перед всеми и только теми сущностями, которые неустранимы из наших лучших научных теорий.

(П2) Математические сущности неустранимы из наших лучших научных теорий.

(3), Следовательно, у нас должны быть онтологические обязательства перед математическими сущностями.

¹ Если математических объектов не существует, то математические утверждения с квантором всеобщности *будут* истинны, хотя и будут являться «пустыми» истинами. Фикционалист может ответить, что эти формально истинные утверждения о математических объектах содержательны не более, чем утверждения вроде: «Я знаком со всеми единорогами, проживающими в моей комнате».

Для обоснования аргумента и его защиты М. Коливан использует две основополагающие особенности куайнианской философии: натурализм и холизм подтверждения [6].

Первая посылка аргумента опирается на концепцию онтологических обязательств. Примечательно, что У.В.О. Куайн, начинавший как номиналист, позднее перешёл на позиции платонизма именно потому, что признал невозможность отказа от квантификации по классам [12].

В защиту номинализма высказался Х. Филд, попытавшийся показать принципиальную устранимость математики из научных теорий. По его мнению, математические теории являются не истинными, но лишь консервативными [8, р. 10–12], – они не вносят никаких содержательных изменений в научные теории, и «восхождение к абстрактному» лишь позволяет сэкономить много времени и сил, что оправдывает применение математики в науке [8, р. 24–25]. Саму возможность применимости математики в естественнонаучных теориях Х. Филд обосновывает с помощью «связующих законов», являющихся своего рода «мостиками» между абстрактными теоретическими сущностями и наблюдаемыми физическими объектами [8, р. 10]. В своей работе «Наука без чисел» (являющуюся своего рода «программной работой» фикционализма) он успешно номинализировал ньютоновскую теорию гравитации и получил при этом привлекательную теорию. Отметим сразу, что математика консервативна, т. е. она априорна и истинна во всех возможных мирах [8, р. 13].

Несмотря на то, что фикционалистская программа Х. Филда поначалу выглядела многообещающее, достаточно быстро выяснилось, что её дальнейшая реализация едва ли возможна. Так, в своей рецензии на «Науку без чисел» Д. Маламент отметил [11], что номинализация квантовой механики (как, кстати, и любой другой дисциплины, использующей «фазовые пространства», например, термодинамики) сталкивается с непреодолимыми трудностями. Ньютоновская теория гравитации и теория поля Клейна – Гордона (пример самого Д. Маламента, который он считает более наглядным) – это «очень конкретные» теории. Возможность номинализации же существенно более общих теорий, например гамильтоновой механики, Д. Маламент отрицал.

Кроме того, считая фикциональными объекты математики, разумно относиться так же и к логическим объектам. В таком случае, отмечает в своей поздней работе Х. Филд, следует либо признать как неизбежный факт, что существует своего рода «ядерная» (*core*) логика, либо объявить, что фикции возможно (и даже нужно) объяснять через другие фикции [9]. Для того, чтобы второй подход – подход «последовательного фикционалиста» – оказался оправданным, необходимо признать конвенциональный (а в конечном счёте апостериорный) характер логики. В таком случае сторонникам Х. Филда придётся *доказать*, что хотя бы часть математики априорна; иначе получаем, что математика также апостериорна, и «последовательный фикционализм» приводит к опровержению тезиса о консервативности математики.

М. Балагер предложил очень сильный способ «реабилитации» фикционализма, который ещё называют «новым фикционализмом». По его словам: «Для того, чтобы объяснить, какую роль гильбертовы пространства играют в квантовой механике, нет необходимости номинализировать её или устанавливать гомоморфизмы от эмпирических структур к математическим. Всё, что нам нужно – это изучить [квантовую] теорию и объяснить различные случаи использования гильбертовых пространств и то, как они помогают нам утверждать факты о квантовом мире... Весь «математический багаж» квантовой механики... не делает ничего, кроме предоставления удобного и точного способа описания чисто номиналистических фактов о квантовом мире» [5, р. 300–301].

Таким образом, мы должны быть «номиналистическими реалистами» (*nominalistic realists*), т.е. занимать точку зрения, согласно которой истинными являются только номинализированные части наших лучших научных теорий [5, р. 303–304]. То, что математика неустранима из части наших лучших научных теорий, ничего не значит, ведь она лишь задаёт наши концептуальные рамки, в которых мы можем выносить утверждения о физическом мире, но не имеет отношения к его функционированию. Упомянутые выше проблемы, с которыми сталкиваются диспенсалисты, обойдут «нового фикционалиста» стороной.

Как подчёркивает сам М. Балагер: «Моя позиция относительно применимости математики в эмпирических науках может быть обоб-

щена так: в эмпирической науке математика лишь предоставляет теоретические инструменты (или, другими словами, концептуальные рамки), с помощью которых можно делать утверждения о физическом мире. Иначе это можно выразить так: математика имеет отношение не к *функционированию* физического мира, а только к нашему *пониманию* физического мира. Физические теории *никогда* не содержат утверждений вроде: “физическое явление X возникает, *потому что* математическая реальность имеет природу Y”; скорее, они таковы: “поведение (или состояние) физической системы S может быть понято в терминах математической структуры M”» [5, р. 298].

Как бы то ни было, известны многочисленные случаи, когда уравнения оказывались «умнее» своих авторов, и постулируемые в рамках математизированных теорий сущности оказывались существующими *реально*, причём экспериментально обнаруживаемые свойства их *точно* соответствовали предсказанным математически. В этих случаях происходил пересмотр, иногда существенный, содержания естественно-научных теорий. К «классическим» примерам таких сущностей относятся электромагнитные волны и чёрные дыры. Кроме того, как отметил ещё Д. Маламент [5, р. 532], в работе Х. Филда существенным является чёткое разграничение «чисто математических» и «чисто физических» теоретических сущностей научных теорий; по-видимому, этой же позиции, пускай и имплицитно, придерживается и М. Балагер. Тем не менее, уже во времена ньютоновской механики (т.е. практически с момента зарождения физики как *современной науки*!) граница между «математическими» и «физическими» теоретическими сущностями была очень размытой; для объектов современных научных теорий ситуация стала ещё более проблематичной.

Вероятно, наблюдаемые факты, чьё полное объяснение возможно исключительно с привлечением математики, всё-таки существуют?

Аргумент от объяснительной неустраимости математики

Усиленная версия аргумента о неустраимости математики, предложенная А. Бейкером – аргумент от объяснительной неустраимости математики – позволяет ответить на последний вопрос положительно. В качестве примера А. Байкер рассматривает жизненный

цикл цикад *Magicada*, который длится 17 лет. Почему он длится именно 17, а не, допустим, 14 или 19 лет? А. Бейкер рассуждает следующим образом (цит. по [2, с. 410]):

(1) Наличие жизненного цикла с таким периодом, который минимизирует пересечение с другими (близкими/меньшими) периодами, эволюционно выгодно (биологический «закон»).

(2) Периоды, количество лет которых выражается простым числом, минимизируют пересечение по сравнению с прочими периодами (теорема теории чисел).

(3) Следовательно, организмы с периодическими жизненными циклами, скорее всего, будут эволюционировать так, чтобы их периоды выражались простыми числами («смешанный» биологический/математический закон).

(4) Цикады в экосистеме типа Е имеют биологические ограничения, в соответствии с которыми период их жизни может длиться от 14 до 18 лет (экологическое ограничение).

(5) Следовательно, в ходе эволюции жизненный цикл цикад в экосистеме типа Е, вероятно, будет иметь 17-летний период.

Несколько упрощая, мысль А. Бейкера можно выразить так: жизненные циклы конкурентов и/или хищников должны пересекаться (а значит, говоря математически, иметь общие множители) с жизненным циклом этих цикад. Но 17 – это простое число, следовательно, все жизненные циклы конкурентов/хищников должны быть ему кратны. При этом очевидно, что 17 лет – это очень большой срок для конкурентов/хищников этих цикад. Получаем очень сильное эволюционное преимущество, которое нельзя объяснить без привлечения математического факта из теории чисел.

Стоит отметить, что при объяснении 17-летнего жизненного цикла цикад *Magicada* А. Бейкер использует не только математический, но и биологический «закон», а также привлекает экологическое ограничение. Можно предположить, что математика вовсе «не причастна» к объяснению данного феномена и что его полное объяснение можно дать исключительно в рамках эколого-биологических законов/закономерностей.

Для того, чтобы «защитить» математический платонизм, необходимо привести другие примеры, доказывающие «объективную» объяснительную неустрашимость математики.

О форме капель, муравейников и панцирей черепах

Форма панциря сухопутных черепах выглядит весьма замысловатой. При этом у тех из них, что обладают маленькой шеей и короткими конечностями (например, исполинская черепаха *Aldabrachelys gigantea* и звёздчатая черепаха *Geochelone elegans*) панцирь имеет более сложное строение (имеет больше граней и ребёр), чем у «длинноногих» и «длинношеих» черепах, таких как аргентинская гидромедуза *Hydromedusa tectifera*. Кроме того, у черепах, ведущих преимущественно водный или полуводный образ жизни, панцирь также имеет более простую форму. Можно заметить, что форма панциря черепах помогает им перевернуться со спины на ноги; очевидно, что для водных/«длинноногих» черепах это более простая задача. Значит, своеобразие и сложность формы панциря черепах, особенно сухопутных, не случайна и выгодна с точки зрения эволюции. Но почему форма панциря именно такая? Почему нет «альтернативных» форм панциря, которые также помогали бы черепахам перевернуться со спины на ноги?

Дело в том, что форма панциря черепах очень близка к форме гёмбёца – трёхмерного выпуклого гомогенного² моно-моностатического тела, т.е. тела, обладающего одной точкой устойчивого и одной точкой неустойчивого равновесия. Возможность существования таких тел была впервые высказана В. Арнольдом в 1995 г.; в 2006 г. П. Варконьи и Г. Домокош доказали, что такие тела действительно существуют, тщательно исследовали их свойства, и, главное, создали физический объект с такими свойствами, который назвали гёмбёц [13]. Внешне гёмбёц оказался очень похожим на панцири сухопутных черепах. Кроме того, тела такой формы не были найдены в неживой природе, что объясняется особенностями собственной геометрии – они очень хрупки.

Почему черепахи эволюционно не выработали строение типа «неваляшки», т.е. почему важна гомогенность панциря? Смещение центра тяжести «книзу» тела черепахи³ можно реализовать либо утончая «крышу» панциря, либо каким-то образом «добирая» массу

² Примером негомогенного моно-моностатического тела является «неваляшка».

³ Имеется в виду значительное смещение центра тяжести, как у «неваляшки».

черепахи. В первом случае резко снижаются защитные свойства панциря и, кроме того, повышается вероятность его перелома при падении черепахи на спину. Во втором случае масса черепахи должна будет значительно увеличиться, что негативно скажется на мобильности этого и так не быстрого животного. Наконец, отметим, что, хотя гёмбёц – это не единственное гомогенное моно-моностатичное тело, большинство из них настолько мало отличаются от сферы, что их практическая реализация (по крайней мере, в живой природе с условием регулярной воспроизводимости), очень маловероятна. Таким образом, получаем, что эволюционно выгодно было приобретение именно формы, близкой⁴ гёмбёцу.

В отношении этого примера справедливы те же упрёки, что и у примера А. Бейкера: «возможно, математика здесь не при чём, и дело ограничивается лишь биологией/экологией». Тем не менее, сами эти упрёки кажутся лишь проявлением позиции, предвзятой по отношению к математике. Почему отношение окружности муравейника к его диаметру примерно равно трём⁵? Потому что, во-первых, окружность – это «максимально симметричная» фигура (строительный материал при прочих равных *равномерно* распределяется под действием гравитации), во-вторых, именно окружность является решением классической изопериметрической задачи на плоскости. Привлечение эволюции позволяет только *проиллюстрировать* факт, что выживали муравьи, которым «не удалось» действовать вопреки математической истине, но не даёт никакого *объяснения*! Наконец, едва ли можно говорить об эволюции при рассмотрении капли жидкости, находящейся в невесомости. Объяснение, почему капля принимает именно форму шара, есть в любом курсе коллоидной химии.

О применении теории групп в теоретической физике и химии

Учёные-физики и химики также могут не согласиться со словами М. Балагера. Так, спектроскописты прямо говорят о «запрещённых» и «разрешённых» переходах и о «правилах отбора», существенно

⁴ Но ведь и черепаха – это не гомогенное тело!

⁵ За пример автор благодарит Л.Д. Ламберова.

зависящих от симметрии молекулы [5]. Вероятность электронного перехода определяется так называемым интегралом момента перехода; если он не равен нулю, что имеет место, т.е. прямое произведение неприводимых представлений группы симметрии молекулы содержит полносимметричное представление, то переход между электронными состояниями возможен. Почему в таком случае линии, отвечающие «запрещённым» переходам, всё же встречаются в спектрах? Потому что стоит различать дипольные (самые вероятные, следовательно, дающие самые интенсивные полосы в спектре) и мультипольные переходы (чья вероятность на 3–4 порядка ниже). Кроме того, существуют магнитно-дипольные и магнитно-мультипольные переходы. Каждому типу переходов при этом будут соответствовать *свои* правила отбора, во всех случаях рассчитываемые с помощью аппарата теории групп.

Без знания концепций симметрии невозможно понять и современный инструментарий, используемый для решения проблем, связанных со структурой молекул. На соображениях симметрии основаны, например, методы КР-, ИК- и УФ-спектроскопии, рентгеновской, электронной и нейтронной дифракции – и это далеко не полный список. Зная симметрию молекулы, можно предсказать её инфракрасный и рамановский спектр, а зная спектр, можно установить симметрию или структуру молекулы. Так, в ИК-спектре будут регистрироваться колебания, чьи неприводимые представления преобразуют координаты, в КР-спектре – колебания, чьи неприводимые представления преобразуют смешанные произведения и квадраты координат [7].

Понятие симметрии электронных орбиталей сыграло значительную роль и в истории органической химии. В 1965 г. Р. Вудвордом и Р. Хоффманом был выдвинут принцип сохранения орбитальной симметрии в элементарных актах химических реакций [14]. В оригинальной статье этот принцип был сформулирован для объяснения образования стереоспецифичных продуктов в термической циклизации и фотоциклизации сопряженных полиенов, но был впоследствии подтверждён на огромном экспериментальном материале и оказал большое влияние на препаративную органическую химию, особенно для стереоселективного синтеза [15].

Наконец, рассмотрим применение теории групп в одном из самых фундаментальных разделов физики – физике элементарных частиц. Семейства элементарных частиц отвечают собственным векторам некоторого оператора Шрёдингера, удовлетворяющего тем или иным условиям симметрии [10]. Так, группе вращений трёхмерного пространства O_3 соответствуют пионы. При действии в восьмимерном пространстве группы унитарных преобразований комплексного трёхмерного пространства SU_3 получаем классификацию для мезонов с нулевым спином и барионов со спином $\frac{1}{2}$. Барионам со спином $\frac{3}{2}$ соответствует действие группы SU_3 уже в десятимерном пространстве. А что, если рассмотреть действие этой группы в «родном», трёхмерном пространстве, группой преобразований которого она и является? Получим три частицы, обладающие дробным зарядом – $\frac{1}{3}$ от элементарного, и спином, равным $\frac{1}{2}$. Впоследствии такие частицы были названы кварками. При действии группы симметрии в «базовом» трёхмерном пространстве получаем «базовые» частицы (дробные значения заряда и спина фундаментальнее целых!), из которых состоят *все* адроны. Кварки всех типов могут обладать, наконец, одним из трёх «цветов». Почему у кварков есть цвета, хотя у адронов, состоящих из кварков, цветов нет? Потому что наборы кварков, которые входят в состав адронов⁶, инвариантны относительно преобразований группы цвета $SU(3)_c$, и другого – нематематического – объяснения этому нет [10]. Недаром Е. Вигнер считал, что «Чудесная загадка соответствия математического языка законам физики является удивительным даром, который мы не в состоянии понять и которого мы, возможно, недостойны» [3, с. 546]. Можно возразить: было процитировано *частное* мнение, пускай и одного из ведущих специалистов в области теоретической физики своего времени. В свою очередь, в «списке нерешённых проблем фундаментальной физики», который предлагает И.Ф. Гинзбург, нет ни слова о проблематичности применения математики для построения физических теорий [4]. Может быть, большинство учёных придерживаются знаменитой максимы «заткнись и считай»?.. Едва ли, ведь если

⁶ Понять, почему в состав адронов входят *именно такие* комбинации кварков, станет возможно, когда будет решена проблема описания конфайнмента – явления, заключающегося в невозможности получения кварков в свободном состоянии.

бы все физики-теоретики были последовательными «номиналистическими реалистами», то они не придавали бы такого большого значения проблеме строгого *математического* вывода конфайнмента. Безусловно, эта задача интересна и как «чисто» математическая – но физики-теоретики упорно считают, что мы не будем способны не только полностью описать, но и понять и объяснить феномен конфайнмента, пока эта задача не будет решена.

Заключение

В свете приведённых нами примеров⁷ положение «новых фикционалистов», в особенности номиналистических реалистов, видится не очень понятным. Если мы отрицаем, что математика говорит что-то о «функционировании мира», то об этом автоматически не говорят ни квантовая хромодинамика, ни молекулярная спектроскопия. «Избавив» науку от математики, мы будем вынуждены заниматься своего рода «феноменологией». В качестве крайней меры фикционалисты могут принять весьма спорную концепцию конструктивного эмпиризма, но в этом случае они уже не будут номиналистическими реалистами.

Позиция математического реализма (например, *ante rem* структурализма) выглядит куда более основательно.

Литература

1. Борисоглебский Л.А. Запрещённые линии в атомных спектрах // Успехи физических наук. 1958. Т. 66. № 4. С. 603–652.
2. Бурьян В.В., Черкасов Г.В. Фикционализм, неустранимость и циклады: критика неустранимости математики и её значение для онтологического статуса абстрактных объектов // Вестник Пермского университета. Философия. Психология. Социология. 2023. № 3. С. 404–413. DOI: 10.17072/2078-7898/2023-3-404-413.
3. Вигнер Е. Непостижимая эффективность математики в естественных науках // Успехи физических наук. 1968. Т. 94. № 3. С. 535–546.
4. Гинзбург И.Ф. Нерешённые проблемы фундаментальной физики // Успехи физических наук. 2009. Т. 179. № 5. С. 525–529. DOI: 10.3367/UFNr.0179.200905d.0525.

⁷ Список которых, разумеется, можно было продолжать ещё *очень*, очень долго.

5. *Balaguer M.* A Fictionalist Account of the Indispensable Applications of Mathematics // *Philosophical Studies: An International Journal for Philosophy in the Analytic Tradition*. 1996. Vol. 83, No. 3. P. 291–314.
6. *Colyvan M.* The Indispensability of Mathematics. New York: Oxford univ. press. 2001. 192 p.
7. *Ferraro J.R. et al.* Symmetry in Chemistry // *Introductory Group Theory and Its Application to Molecular Structure*. Boston: Springer. 1969. 256. P. 9–26. DOI: 10.1007/978-1-4615-4821-8_2.
8. *Field H.* Science Without Numbers. – New York: Oxford univ. press. 2016. 192 p.
9. *Field H.* Conventionalism about Mathematics and Logic // *Noûs*. 2023. Vol. 57, No. 4. P. 815–831.
10. *Georgi H.* Lie Algebras in Particle Physics: from Isospin to Unified Theories. Boca Raton: CRC Press. 2000. 340 p.
11. *Malament D.* Review of Science Without Numbers: A Defense of Nominalism // *Journal of Philosophy*. 1982. Vol. 79, No. 9. P. 523–534.
12. *Quine W.V.O.* Word and Object. Cambridge: Technology Press of the Massachusetts Institute of Technology. 1960. 294 p.
13. *Várkonyi P. L., Domokos G.* Mono-monostatic Bodies: the Answer to Arnold's Question // *Math. Intelligencer*. 2006. Vol. 28, No. 4. P. 34–38. DOI: 10.1007/BF02984701.
14. *Woodward R.B., Hoffmann R.* Stereochemistry of Electrocyclic Reactions // *Journal of the American Chemical Society*. 1965. Vol. 87, No. 2. P. 395–397. DOI: 10.1021/ja01080a054.
15. *Woodward R.B., Hoffmann R.* The Conservation of Orbital Symmetry // *Angewandte Chemie International Edition in English*. 1969. Vol. 8, No. 11. P. 781–853. DOI: 10.1002/anie.196907811.

References

1. *Borisoglebskiy, L.A.* Zakreshchyonnii liniyi v atomnikh spektrakh [Forbidden Lines in Atomic Spectra]. *Uspekhi Fizicheskikh Nauk*. [Advances in Physical Sciences] 1958. Vol. 66, No. 4. P. 603–652. (In Russ.).
2. *Burian, V.V. & G.V. Cherkasov.* Fikttsionalizm, neustranimosť i tsikady: kritika neustranimosťi matematiki i ee znacheníye dlya ontologicheskogo statusa abstraktnih obyektoy. [Fictionalism, Indispensability and Cicadas: Criticism of Mathematical Indispensability and its Significance for the Ontological Status of Abstract Objects] *Vestnik Permskogo universiteta. Filosofía. Psikhología. Sociología* [Bulletin of Perm University. Philosophy. Psychology. Sociology]. 2023. No. 3. P. 404–413. DOI: 10.17072/2078-7898/2023-3-404-413. (In Russ.).
3. *Vigner, E.* Nepostizhimaya effektivnost' matematiki v estestvennykh naukakh [The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences] // *Uspekhi Fizicheskikh Nauk*. [Advances in Physical Sciences] 1968. Vol. 94, No. 3. P. 535–546. (In Russ.).
4. *Ginzburg, I.F.* Nereshyonnie Problemi Fundamental'noy Fiziki [Unresolved Problems of Fundamental Physics]. *Uspekhi Fizicheskikh Nauk*. [Advances in Physical

Sciences]. 2009. Vol. 179, No. 5. P. 525–529. DOI: 10.3367/UFNr.0179.200905d.0525. (In Russ.).

5. *Balaguer, M.* A Fictionalist Account of the Indispensable Applications of Mathematics // *Philosophical Studies: An International Journal for Philosophy in the Analytic Tradition*. 1996. Vol. 83, No. 3. P. 291–314.

6. *Colyvan, M.* The Indispensability of Mathematics. New York: Oxford univ. press. 2001. 192 p.

7. *Ferraro, J.R. et al.* Symmetry in Chemistry // *Introductory Group Theory and Its Application to Molecular Structure*. Boston : Springer. 1969. 256 p. P. 9–26. DOI: 10.1007/978-1-4615-4821-8_2.

8. *Field, H.* Science Without Numbers. – New York: Oxford univ. press. 2016. 192 p.

9. *Field, H.* Conventionalism about Mathematics and Logic // *Noûs*. 2023. Vol. 57, No. 4. P. 815–831.

10. *Georgi, H.* Lie Algebras in Particle Physics: from Isospin to Unified Theories. Boca Raton: CRC Press. 2000. 340 p.

11. *Malament, D.* Review of Science Without Numbers: A Defense of Nominalism. // *Journal of Philosophy*. 1982. Vol. 79, No. 9. P. 523–534.

12. *Quine, W.V.O.* Word and Object. Cambridge: Technology Press of the Massachusetts Institute of Technology. 1960. 294 p.

13. *Várkonyi, P.L. & G. Domokos.* Mono-monostatic Bodies: the Answer to Arnold's Question // *Math. Intelligencer*. 2006. Vol. 28, No. 4. P. 34–38. DOI: 10.1007/BF02984701.

14. *Woodward, R.B. & R. Hoffmann.* Stereochemistry of Electrocyclic Reactions // *Journal of the American Chemical Society*. 1965. Vol. 87, No. 2. P. 395–397. DOI: 10.1021/ja01080a054.

15. *Woodward, R.B. & R. Hoffmann.* The Conservation of Orbital Symmetry // *Angewandte Chemie International Edition in English*. 1969. Vol. 8, No. 11. P. 781–853. DOI: 10.1002/anie.196907811.

Информация об авторе

Ершов Василий Дмитриевич – Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина (620002, Россия, Екатеринбург, ул. Мира, 19).

yershov.v.d@gmail.com

Information about the author

Ershov, Vasiliy Dmitrievich – Ural Federal University named after the first President of Russia, Boris Yeltsin (19, Mira st., Ekaterinburg, 620002, Russia).

yershov.v.d@gmail.com

Дата поступления 01.07.2025.
Принята к публикации 01.09.2025.